

அத்தியாயம்

3

சமன்பாட்டியல்



“சமன்பாட்டின் அழகை இரசிக்க முற்படும் ஒருவர் உண்மையிலேயே நுண்ணறிவோடு இரசிக்க முற்பட்டால் மிகவும் சரியான கோணத்தில்தான் இரசிக்கிறார் எனலாம்.”

- பால் டிராக்

3.1 அறிமுகம் (Introduction)

இயற்கணித சமன்பாடுகளின் தீர்வைக் காண்பது கணிதத்தின் மிகப் பழமையான சவால்களில் ஒன்றாகும். அதிலும் குறிப்பாக பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாடுகளின் மூலங்களைக் கண்டறிய முயல்வதுதான் எனலாம். ஏறத்தாழ கி.மு(பொ.ஆ.மு) 2000 ஆண்டு கால கட்டத்தைச் சார்ந்த சுமேரியர்கள் மற்றும் பாபிலோனியர்களில் ஆரம்பித்து, உலக நாடுகளின் பல்வேறு பகுதிகளான எகிப்து, கிரேக்கம், இந்தியா, சீனமற்றும் அரபுநாடுகளைச் சார்ந்த கணிதவியலாளர்கள் மற்றும் தத்துவ அறிஞர்கள் அனைவரும் பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு காண விழைந்தனர்.

பண்டைய காலத்தில் கணிதவியலாளர்கள் கணக்குகளையும் அதன் தீர்வு முறைகளையும் முழுவதும் வார்த்தைகளால் வடித்தனர். பொது வழிமுறைகளைத் தவிர்த்து குறிப்பிட்ட தீர்வு அமையும் கணக்குகளில் ஆர்வம் செலுத்தினர். குறை எண்களைக் கொண்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கானத் தீர்வினை ஏபெல் பிரம்மகுப்தர்தான் முதல்முறையாகக் கண்டறிந்தார். பல்லுறுப்புக் கோவைகளை (1802-1829) ஆராய்ந்த கணிதவியலாளர்களில் சிலர் யூக்லிட், டையோபான்டஸ், பிரம்மகுப்தர், உமர்கய்யாம், ஃபிபனோசி, டெஸ்கார்டே மற்றும் ரூபினி ஆகியோராவர். ஐந்தாம்படி சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண இயற்கணித முறையில் சூத்திரமுறை ஏதுமில்லை என்பதை நிரூபிக்க புரிந்து கொள்ள சிரமப்படும் வகையில் மிகநீண்ட வாதங்களை முன்வைத்து நிரூபித்தார். இறுதியாக 1823 ஆண்டில் நார்வேஜியன் கணிதவியலாளரான ஏபெல் அதனை எளிய முறையில் நிரூபித்தார்.



ஒரு உற்பத்தி நிறுவனம் தன் தயாரிப்புகளை செவ்வக வடிவான பெட்டிகளில் அடைக்க விரும்புகின்றது. அந்த நிறுவனம் அகலத்தை விட ஆறு மடங்காக நீளம் அமையுமாறும் அடிமான நீளம் மற்றும் அகலத்தின் கூட்டுச் சராசரியாக உயரம் அமையுமாறு பெட்டிகள் தயாரிக்கப் பட திட்டமிடுகின்றது. எனவே அந்த நிறுவனம் வரையறுக்கப்பட்ட கனஅளவு கொண்ட பெட்டியின் பல்வேறு பக்க அளவுகளின் சாத்தியக் கூறுகள் பற்றி அறிய விரும்புகின்றது.

அடிமானத்தின் அகலம் x எனவும், நீளம் $x+6$ எனவும் மற்றும் உயரம் $x+3$ எனவும் கணக்கிடப்பட்டால் பெட்டியின் கன அளவு $x(x+3)(x+6)$ என அமையும். கன அளவு 2618 ச.அடியாகக் கொண்டால் $x^3 + 9x^2 + 18x = 2618$ என அமையும். இச்சமன்பாட்டினைத் தீர்க்கும் வகையில் x -ன் மதிப்பு அமைந்தால் தேவையான அளவுகளுடன் பெட்டி அமையும்.

ஒரு வட்டமும் ஒரு நேர்க்கோடும் இரு புள்ளிகளுக்கு மேல் வெட்டிக் கொள்ளாது என நாம் அறிவோம். இதனை எங்ஙனம் நிரூபிப்பது? இத்தகைய கூற்றுகளை நிரூபிக்க கணிதச் சமன்பாடுகள் உதவுகின்றன. xy தளத்தில் ஆதிபுள்ளியை மையமாகவும் r ஐ ஆரமாகவும் உள்ள வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 = r^2$ என அமையும். மேலும் இதே தளத்தில் அமைந்த ஒரு நேர்க்கோட்டின்